

文章编号 1004-924X(2006)01-0121-06

基于高速摄像的双线性振动陀螺力学特性分析

蒋明^{1,2}, 杨福俊², 董萼良², 郑翔², 何小元²

(1. 苏州科技学院 土木系, 江苏 苏州 215011; 2. 东南大学 土木学院, 江苏 南京 210096)

摘要:针对微机械陀螺特征尺寸小、振动频率高,其动态特性难以精确评价的问题,提出了基于高速摄像技术、显微技术与数字图像相关技术的测试方案。并用此方法测量了双线性振动陀螺的固有频率、品质因子、一阶模态振型和杨氏模量。实验数据表明,系统分辨率可达 $0.01\ \mu\text{m}$,不同驱动频率下所测振子响应频率误差小于 0.023% 。

关键词:双线性振动陀螺;固有频率;品质因子;杨氏模量;高速摄影

中图分类号:O318 文献标识码:A

Analysis of mechanical characteristics in the double linear vibratory gyroscope using high speed photography

JIANG Ming^{1,2}, YANG Fu-jun², DONG E-liang², ZHENG Xiang², HE Xiao-yuan²

(1. *Civil Engineering Department, University of Science and Technology of Suzhou, Suzhou 215011, China;*

2. *Civil Engineering Institute, Southeast University, Nanjing 210096, China*)

Abstract: To evaluate the dynamic characteristics of Micro-Gyroscope with small dimension and high vibration frequency, a new measurement setup based on the high speed camera armed with microscope and digital image technique was presented. The natural frequency, quality factor, first mode of fold beam and Young's modulus of the double linear vibratory gyroscope were measured by the new setup. The experimental results show the sensitivity of this setup is up to $0.01\ \mu\text{m}$ and relative errors in different driving frequencies are less than 0.023% .

Key words: double linear vibratory gyroscope; natural frequency; quality factor; Young's modulus; high speed photography

1 引言

双线性振动陀螺具有体积小、重量轻、功耗小、适宜批量制作、成本低等特点,它不仅可用于炮弹的惯性导航系统和姿态测量系统等军事领

域,而且在航空、汽车、机器人、工业自动化等商业领域也具有广泛的应用前景,因此对双线性振动陀螺力学性能的研究已成为当今力学及其他相关学科的热点问题。为了提高其可靠性和实用性,除了对其结构进行必要的优化外,用有效的测量手段精确评估其材料特性、运动特性、位移、形变

收稿日期:2005-09-22;修订日期:2005-11-18.

基金项目:国家自然科学基金(No. 10472026)。

等各种力学性能参数也是必不可少的。对微陀螺在静态或准静态条件下的力学性能的测量目前已有成熟的方法^[1-3],但是对其动态条件下的力学性能的测量和分析则报导较少,尤其是双线性振动陀螺,由于特征尺寸小且无转动,因此振动频率很高,一般都在几千赫兹以上^[4],很难观察到陀螺的振动过程,其振动稳定性、固有频率和品质因子等难以精确评价,特别是对陀螺内部结构的动态变形、运动模式等必须在动态条件下进行的研究还没有有效的检测方法。

针对双线性振动微陀螺特征,本文提出了以高速摄像与显微技术相结合的测试方案。高速摄像是研究高速运动过程的一种行之有效的方法,具有很高的时间分辨率,能快速跟踪并记录高速运动过程,因此利用高速摄像可获取被测物瞬间图像。本文详细介绍了基于全场动态序列图像相关的动力学特征参数的识别方法,给出了双线性振动陀螺的固有频率和品质因子等动力学特征参数;分析了双线性振动陀螺驱动折叠梁的一阶模态振型,推导并计算了多晶硅材料的杨氏模量。

实验结果显示,本文方法是可行且有效的。

2 双线性振动陀螺结构

双线性振动陀螺^[4]利用高频振动的质量块在被基座带动旋转时产生的哥氏效应来测量基座旋转的角速度。其结构如图 1 所示,内框架质量块通过 4 根弹性折叠梁与外框架质量块相连,而外框架质量块又由 6 根弹性折叠梁与基底相连。在内、外框架质量块上同时制作有可动检测梳齿和可动激励梳齿并分别与固定在基底上的固定梳齿部分交错对插,形成梳齿电容。给固定梳齿的驱动端施加驱动电压,则在 x 方向形成横向驱动力,使质量块在衬底平面上沿 x 方向作高频振动。当陀螺运动系统以角速度(在垂直于衬底平面方向旋转时,陀螺的质量块受到哥氏力 $F_c = 2mv\Omega$ (v :质量块沿 x 方向的速度)的作用,在衬底平面上沿 y 方向振动,使可动检测梳齿与固定检测梳齿间产生相对运动,形成差分检测电容,通过测量差分检测电容,可以获得角速度 Ω 。

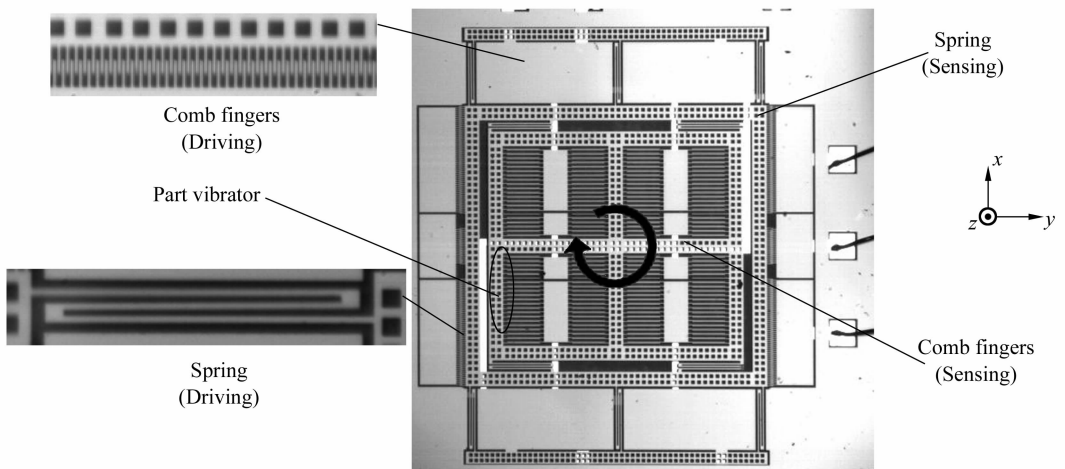


图 1 双线性振动陀螺结构图

Fig. 1 Structure of double linear vibratory gyroscope

3 测量原理

在高速摄像机(32000 幅/s)上装配光学显微镜,令其垂直于振子振动平面,以光纤冷光源照明,当陀螺在驱动平面内振动时,由高速摄像机获

取时间序列图像,从第一时刻的图像中提取一个刚体标志做成模板,采用模板匹配的方法计算该模板在后续各个时刻的图像中的位置,并与该模板在第一时刻图像中的位置进行比较,得出振子各时刻的运动位移。对图像进行亚像素插值,可使位移测量精度达 0.01 pixel(本文放大倍率为

1 $\mu\text{m}/\text{pixel}$).

3.1 振子振动特性分析

微陀螺的振动特性包括:谐振频率、固有频率和品质因子等,高速摄像机可实时记录微陀螺周期简谐振动的时间序列图像,由图像识别获得振幅—时间曲线;由傅里叶变换,获得振子振动频率。

当振子作自由衰减振动时,即可得到自由衰减振幅—时间曲线,若以相邻两幅间的位移除以时间间隔即得速度—时间曲线。由于微陀螺为简谐振动,因此根据速度—时间曲线,由质点从一个最大偏离位置到下一个最大偏离位置(或检测平衡位置)所需时间求得自由衰减振动周期和频率。

当相对阻尼系数 ζ 较小时,根据自由衰减振幅—时间曲线, ζ 可由公式^[5]

$$\zeta = \frac{1}{N\pi} \ln \frac{|A_k| + |A_{k+1}|}{|A_{k+N}| + |A_{k+N+1}|}, \quad (1)$$

计算,其中: A_k 为振幅(如图 6 示)。

陀螺的品质因子: $Q=1/2 \zeta^{-6}$ 。

3.2 折叠梁振型

双线性振子陀螺的驱动和检测采用相互独立的折叠梁和振动质量,使驱动和检测折叠梁只能在一个方向上产生较大的位移,而在其垂直方向上刚度较大,以确保驱动和检测的振动相互独立,减少两者的交叉耦合。折叠梁的实际工作状态,直接影响到陀螺的工作精度,而目前的研究仅限于近似理论分析和有限元分析^[6-8],实际振动中振型如何,梁端部是否保持刚性,折叠梁弹簧是否线性等问题,仍没有好的检测手段。高速摄像机记录了折叠梁振动的全部细节过程,根据序列图像相关可获得梁的不同部位的位移,通过曲线拟合确定折叠梁的振型函数。

3.3 杨氏模量

由 Rayleigh 能量守恒原理:

$$KE_{\max} = PE_{\max}, \quad (2)$$

其中: $KE_{\max} = KE_P + KE_B$, (3)

$$KE_P = \frac{1}{2} V_P^2 m_P = 2\pi^2 f_0^2 A_0^2 m_P, \quad (4)$$

$$KE_B = 12\pi^2 f_0^2 \rho S \int_0^l Y^2(x) dx. \quad (5)$$

KE_P 为振子动能, V_P 、 m_P 和 A_0 分别为陀螺振子质量块振动速度、质量和最大振幅。 KE_B 为折叠梁动能, ρ 、 S 、 l 和 $Y(x)$ 分别为折叠梁材料密度、

横截面面积、相当长度和一阶振型函数, f_0 为固有频率。

$$PE_{\max} = 6 \times \frac{EI}{2} \int_0^l y^{n^2}(x) dx = 3EI \int_0^l y^{n^2}(x) dx, \quad (6)$$

E 为材料弹性模量, I 为折叠梁惯性矩。

将(3)、(6)代入(2)可得:

$$E = \frac{8\pi^2 f_0^2 (A_0^2 m_P + \rho S \int_0^l y^2(x) dx)}{h\omega^3 \int_0^l y^{n^2}(x) dx}, \quad (7)$$

由此可见,根据实测梁的一阶振型、固有频率、振幅等可测量双线性振动陀螺材料的杨氏模量。

4 实验结果

本文实验采用 PHOTRON 高速摄像机,采样频率为 32 000 幅/s;配备 OPTEM 高倍显微镜,采集时对所测部位局部放大以最大限度地提高测量分辨率;序列图像大小为 512×32 pixel 或 256×32 pixel。

4.1 受迫振动响应频率

图 2 为振子中的一部分(见图 1 圈出部分),相关计算模板为图中白色圆形。图 3 为受迫振动(驱动频率为 3 906 Hz)的振幅—时间曲线中的一段(0~500),全程共取 2048 幅图像,2047 个测



图 2 局部振子(见图 1)

Fig. 2 Part vibrator(see Fig. 1)

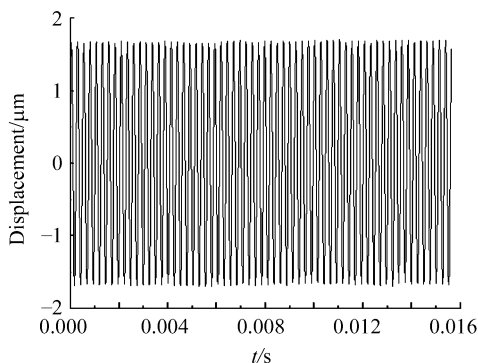


图 3 微陀螺受迫振动振幅—时间曲线

Fig. 3 Displacement-time curve of micro-gyroscope

试值。由傅立叶变换得振动频谱图(图 4)以及振子响应频率:3 906.25 Hz,驱动频率与振子响应频率间绝对误差为 0.25 Hz,相对误差仅为 0.006%。表 1 列出不同驱动频率下的振子响应频率及误差。

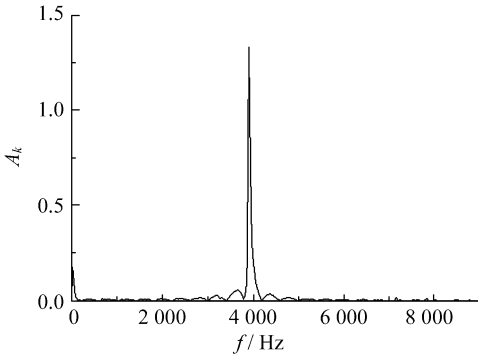


图 4 微陀螺受迫振动频谱图

Fig. 4 Frequency spectra of driving vibration of micro-gyroscope

表 1 不同驱动频率下的振子频率响应

Tab. 1 Response frequency in different driving

驱动频率(Hz)	响应频率(Hz)	相对误差(%)
3896	3895.11	0.023
3906	3906.25	0.006
3916	3916.18	0.005

4.2 固有频率及品质因子

图 5 记录了振子从强迫振动到自由衰减振动(撤除驱动)速度-时间历程,共取采样点 2000 个。图 6 为其第 720—830 采样点,图中离散点为采样点值,实线为四次样条拟合曲线,由质点从一个最大偏离位置到下一个最大偏离位置(或检测平衡位置)所需时间求得自由衰减振动的周期和频率。采用等时间间隔(约 4.6×10^{-3} s)取采样段(时间长度为 10 个周期),计算结果列于表 2,振动频率平均为 3 905.68 Hz。在小阻尼情况下(本文振子阻尼系数 $\zeta = 3.646\ 64 \times 10^{-3}$),这个频率接近固有频率。

表 2 自由衰减振动频率

Tab. 2 Frequency of damping vibration

振动频率(Hz)	3905.66	3905.70	3905.69	3905.67
----------	---------	---------	---------	---------

图 7 为自由衰减振动振幅-时间曲线(720—830 采样点),由式(1),取 $N = 128$,求得 $\zeta =$

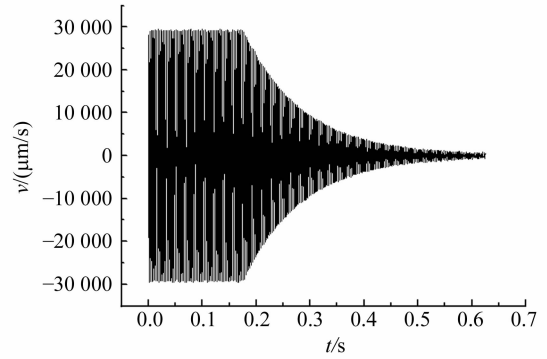


图 5 强迫振动→自由衰减振动

Fig. 5 Driving vibration→damping vibration

$3.646\ 64 \times 10^{-3}$,因此品质因子 $Q = 1/2\ \zeta = 137.11$ 。

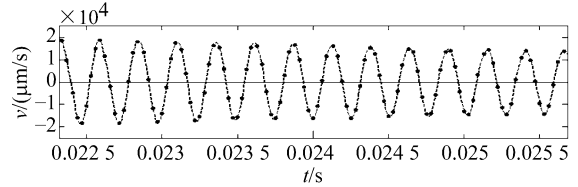


图 6 自由衰减振动速度-时间曲线

Fig. 6 Velocity-time of damping vibration

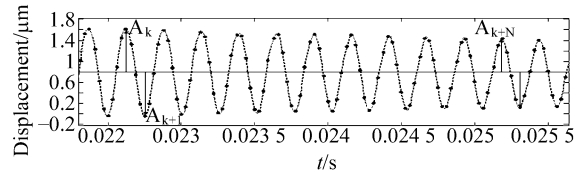


图 7 自由衰减振动振幅-时间曲线

Fig. 7 Displacement-time of damping vibration

无阻尼振动固有频率为:

$$f_0 = \frac{f}{\sqrt{1-2\zeta^2}} = 3\ 905.73\ \text{Hz}$$

4.3 折叠梁一阶振型及弹性模量

图 8 为微陀螺中 6 个驱动折叠梁中的一个,其右端与固定支撑相连,左端与振子外框架相连,在驱动力作用下,折叠梁作横向振动。驱动频率为 3 906 Hz,折叠梁的横向变形随时间的变化关系以序列图像的形式记录,白色矩形为模板示意图。由图像相关获得折叠梁的一阶振型(见图 9),其中离散点为测量值,实线为三次拟合曲线,其拟合函数列于图 9 中,自上而下分别为 Y_1 、 Y_2 和 Y_3 。



图 8 驱动折叠梁
Fig. 8 Driving fold beam

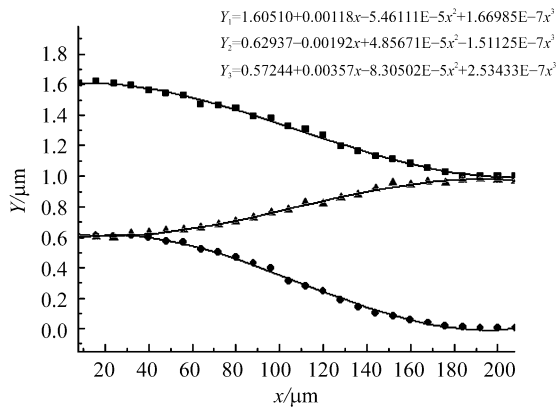


图 9 驱动折叠梁振型
Fig. 9 Vibration model of driving fold beam

由固有频率和陀螺的几何尺寸,按公式(5)计算求得双线性振动陀螺所用多晶硅材料的杨氏模量 $E=142.15$ GPa,给定杨氏模量值为 160 GPa,理论估算值(见 4.4)为 152.31 GPa。误差主要来源于理论假设与实际振型误差、振子质量误差和梁的尺寸误差。

4.4 折叠梁横向刚度及梁的尺寸误差

驱动折叠梁结构如图 10 所示,其中,左端与基底相连,右端与振子相连,当振子作简谐振动时,可对其作如下假设:(1)组成折叠梁的各段端

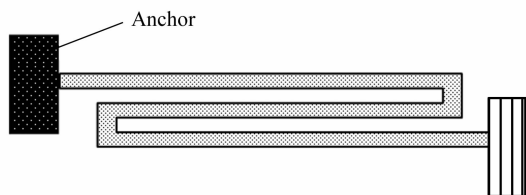


图 10 驱动折叠梁
Fig. 10 Driving fold beam

部均视作刚性;(2)不考虑梁的扭曲变形;(3)梁的横截面为矩形。因此,可将折叠梁分为 3 段考虑,每段变形如图 11 所示。则^[9-10]

$$y(x) = \frac{F_0 x^2}{12EI} (3l - 2x)$$

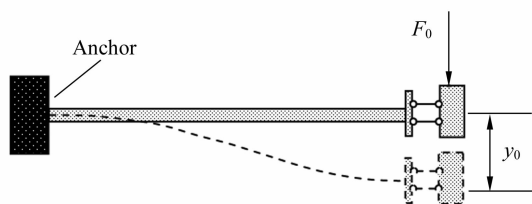


图 11 折叠梁局部变形图
Fig. 11 Part distortion of fold beam

因此梁的横向刚度

$$k_{x1} = \frac{F_0}{3y_0} = \frac{F_0 \times 12EI}{3F_0 l^3} = \frac{4EI}{l^3}$$

如图 1 示,被测陀螺仪由 6 根折叠梁并联,因此总刚度

$$k_x = 6k_{x1} = \frac{24EI}{l^3}$$

由:

$$\omega^2 = \frac{k}{M}$$

$$\omega = 2\pi f_0$$

可得材料杨氏模量 E :

$$E = \frac{2\pi^2 f_0^2 M l^2}{hd^3}$$

其中: $M = M_{plate} + 2.228 4M_{beam}$, h 为折叠梁宽度, d 为折叠梁厚度。

5 结 论

本文运用高速摄像机配备高分辨率显微系统测量了微结构双线性振动陀螺的动力学特性、一阶振型及杨氏模量,测量结果显示本文方法对动态微结构的测量是可行且有效的,尤其可高精度测量振动频率。

由于本文方法非接触、实时记录高速振动过程且视场范围可调节,因此,可进一步对陀螺的振动稳定性、折叠梁端部刚性、振子振动是否线性等作精细分析,为提高陀螺的检测精度提供必要的依据。

本文实验对象为高频振动,用本文高速摄像机,一个振动周期最多仅有约 8.15 个采样点,若能增加周期内采样点数,则测量精度还有望提高。

参考文献:

- [1] 张泰华, 杨业敏, 赵亚溥, 等. MEMS 材料力学性能的测试技术[J]. 力学进展, 2002, 32(4): 545-562.
ZHANG T H, YANG Y M, ZHAO Y B, *et al.* Measurement of mechanical properties of MEMS materials[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2002, 32(4): 545-562. (in Chinese)
- [2] 李智, 王向军. 微机电系统测试技术及方法[J]. 光学 精密工程, 2003, 11(1): 37-42.
LI ZH, WANG X J. MEMS measurement technologies and methods[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, 11(1): 37-42. (in Chinese)
- [3] 宋康, 赵玉龙, 蒋庄德. 激光干涉微轮廓测量仪[J]. 光学 精密工程, 2003, 11(3): 245-249.
SONG K, ZHAO Y L, JIANG ZH D. Laser profilometer[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, 11(3): 245-249. (in Chinese)
- [4] 王寿荣. 硅微型惯性器件理论及应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 2000.
WANG SH R. *Theory and applications of micromechanical silicon inertia components*[M]. Nanjing: Southeast University Press, 2000. (in Chinese)
- [5] 李德葆, 陆秋海. 工程振动试验分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
LI D B, LU Q H. *Analysis of experiments in engineering vibration*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [6] 熊斌. 栅结构微机械振动式陀螺[D]. 中国科学院, 2001.
XIONG B. *Fence structure micromachining vibration rate gyroscope*[D], Chinese Academy of Science, 2001. (in Chinese)
- [7] LI L, UTTAMCHANDANI D. Design and evaluation of a MEMS optical chopper for fibre optical applications measurement technology [J]. *MEMS and Microsystems Engineering*, 2004, 151(2): 77-83.
- [8] 李万玉, 董介春. 微机械陀螺的仿真与优化[J]. 传感器技术, 2004, 23(3): 77-80.
LI W Y, DONG J CH. Simulation and optimization of micromachined gyroscope[J]. *Journal of Transducer Technology*, 2004, 23(3): 77-80. (in Chinese)
- [9] ROY S, FURUKAWA S, MECHREGANY M. Determination of Young's modulus and residual stress of electroless nickel using test structures fabrication in a new surface micromachining process[J]. *Microsystem Technologies*, 1996(2): 92-96.
- [10] WILLIAM T. *Electrostatic comb drive for resonant sensor and actuator applications* [D]. University of California, 1990: 42-65.

作者简介: 蒋明(1961—), 女, 江苏人, 现为苏州科技学院土木系副教授, 东南大学土木学院工程力学系在读博士研究生, 主要研究方向: 微电子机械系统(MEMS)材料与结构动静态光学测试方法及图像处理技术研究。